

DR. ANTON MALEVICH

Aufgaben des Präsenzblattes

Aufgabe 7.1 a) $16x^3 - 6x$, b) $\frac{3\sqrt{x}}{2}$, c) $\frac{7\sqrt{x^7}}{2x}$, d) $-\frac{45}{2\sqrt{x^{11}}}$, e) $\frac{1+2x}{2\sqrt{x^2+x}}$, f) $x \cos x + \sin x$.

Aufgabe 7.2 a) $\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$, $-\frac{1}{4\sqrt{(x+1)^3}}$; b) $\frac{2}{(x+1)^2}$, $-\frac{4}{(x+1)^3}$; c) $\frac{2x}{x^2+1}$, $\frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$.

Aufgabe 7.3 a) $(-1)^n e^{-x}$, b) $2^n e^{2x}$.

Aufgabe 7.4 a) überall monoton wachsend;
b) monoton wachsend auf $(-\infty, 0)$, monoton fallend auf $(0, \infty)$.

Aufgabe 7.5

a) $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{9})$ lokales Maximum, $(\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{2\sqrt{3}}{9})$ lokales Minimum;

b) $(\frac{1}{e}, -\frac{1}{e})$ lokales Minimum.

Aufgabe 7.6

a) $\min_{x \in [-1,5]} f(x) = -1$, $\max_{x \in [-1,5]} f(x) = 575$;

b) $\min_{x \in [0, \sqrt{\pi}]} f(x) = 0$, $\max_{x \in [0, \sqrt{\pi}]} f(x) = 1$;

Aufgaben des Extrablattes

Aufgabe 7.1 a) $\frac{x \ln x + 2x + 2}{2x\sqrt{1+x}}$, b) $\frac{x}{\tan x} + \ln(\sin x)$, c) $-xe^x(x-2)$, d) $\frac{2}{\cos(4-2x)^2}$, e) $\frac{1}{2\sqrt{x(1+x)}}$,
f) $\frac{e^{1+\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$, g) $\frac{1}{(1+x)^2}$, h) $\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$, i) $\frac{1}{\sin x} \left(\frac{1}{x} - \frac{\ln x}{\tan x} \right)$.

Aufgabe 7.2 a) $2x(\cos 2x - x \sin 2x)$, $(4x^2 - 2)(8x \sin 2x - \cos 2x)$; b) $\frac{1}{\cos^2 x}$, $\frac{2 \tan x}{\cos^2 x}$;
c) $\frac{1}{x^2+1}$, $-\frac{2x}{(x^2+1)^2}$; d) $\frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$, $\frac{2x \cos x + (x^2-2) \sin x}{x^3}$; e) $\sin 2x$, $2 \cos 2x$.

Aufgabe 7.3 a) $\frac{(-1)^n (n+1)!}{(x+1)^{n+1}}$, b) $(-1)^n e^{-x} (x-n)$,

c) $10 \cdot 9 \cdots (10-n+1) \cdot x^{10-n}$ für $n \leq 10$, sonst 0.

Aufgabe 7.4 a) überall monoton wachsend;
b) monoton fallend auf $(-\infty, 0)$, monoton wachsend auf $(0, \infty)$.

Aufgabe 7.5

a) $(0, 1)$ lokales Minimum;

b) $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}e}{2e})$ lokales Minimum, $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}e}{2e})$ lokales Maximum,

c) $(\frac{4}{3}, -\frac{3\sqrt{4}}{2})$ lokales Minimum; $(2, 0)$ lokales Maximum.

Aufgabe 7.6

a) $\max_{x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})} f(x) = 0$, Minimum wird nicht erreicht;

b) $\min_{x \in [-5,5]} f(x) = -e^4$, $\max_{x \in [-5,5]} f(x) = 0$;

c) $(3, 0)$ lokales Minimum, $(0, 9)$ lokales Minimum, $(1, 4e)$ lokales Maximum,

$$\min_{x \in [-1, 4]} f(x) = 0, \quad \max_{x \in [-1, 4]} f(x) = e^4.$$

d) $(\frac{1}{e}, -2)$ lokales Minimum, $(0, 0)$ lokales Maximum,

$$\min_{x \in [-1, 2]} f(x) = -2, \quad \max_{x \in [-1, 2]} f(x) = 4e \ln 2.$$

Aufgabe# 7.7 a) $x = 1$, b) $x = 2$, c) $x = 0$, d) $x = 0$, e) $x = \pm 1$, f) $x = 0$,
g) $x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.